《退休年龄、结构转型与人口增长》附录

附录 1 家庭支付生育物质成本的情形分析

正文模型只考虑了生育的时间成本，但现实经济中生育子女还可能支付物质成本，比如子女衣食住行等相关的基本支出和健康教育等相关的人力资本投入，而且这些物质成本既包括实物类支出，也包括服务类支出。这里拓展前文模型作进一步讨论。假设家庭生育和养育子女不仅需要父母和祖辈的时间投入 l_t 和 l_χ^i，而且需要物质投入 ν_t。借鉴 de la Croix and Doepke（2003），设定生育和养育子女的物质投入 ν_t 的价格与市场两个产业复合劳动的工资率相关，满足 $\bar{W}_t = W_{mt}^{\psi} W_{st}^{1-\psi}$，其中，变量 W_{mt} 和 W_{st} 分别表示制造业和服务业复合劳动的工资率，分别满足：$W_{mt} = \left[\gamma_m^0 \left(W_t^0\right)^{1-\kappa} + \gamma_m^1 \left(W_t^1\right)^{1-\kappa}\right]^{1/(1-\kappa)}$，$W_{st} = \left[\gamma_s^0 \left(W_t^0\right)^{1-\kappa} + \gamma_s^1 \left(W_t^1\right)^{1-\kappa}\right]^{1/(1-\kappa)}$。[①]参数 $0 \le \psi \le 1$ 为常数。这一设定可以理解为生育和养育子女的物质投入与制造品和服务均相关，如果物质投入中更多来自服务，那么参数 ψ 的取值就越低，物质投入的价格就与服务业复合劳动的工资率更相关。基于此，正文中家庭预算约束方程(13)式左式变为：

$$W_t^1 L_t^1 + W_t^0 L_t^0 = C_t + S_t + \bar{W}_t \nu_t \tag{A1}$$

家庭生育和养育子女的数量由物质成本和时间成本共同决定，决定正文中(12)式变为：

$$n_t = \frac{\nu_t^{1-\mu}}{(1-\mu)^{1-\mu}\mu^{\mu}} \left(l_t + \frac{\zeta^0 l_\chi^0 + \zeta^1 l_\chi^1}{n_{t-1}} \right)^{\mu} \tag{A2}$$

其中，参数 $0 < \mu < 1$ 为常数。家庭效用函数和其他约束方程不变，重新求解其最优化问题，可知此时家庭生育率满足：

$$\begin{aligned} n_t = \frac{\eta}{1+\beta+\eta} & \left[\frac{W_t^0 + W_t^1}{W_{lt}} + \frac{\zeta^0 \chi^0 + \zeta^1 \chi^1}{n_{t-1}} + \left(g_{t+1}^1 \frac{W_t^1}{W_{lt}} - \frac{\zeta^1}{n_{t-1}} \right) L_\chi^1 + \left(g_{t+1}^0 \frac{W_t^0}{W_{lt}} - \frac{\zeta^0}{n_{t-1}} \right) L_\chi^0 \right]^{\mu} \\ & \cdot \left[\frac{W_t^0 + W_t^1}{\bar{W}_t} + \frac{W_{lt}}{\bar{W}_t} \frac{\zeta^0 \chi^0 + \zeta^1 \chi^1}{n_{t-1}} + \left(g_{t+1}^1 \frac{W_t^1}{\bar{W}_t} - \frac{W_{lt}}{\bar{W}_t} \frac{\zeta^1}{n_{t-1}} \right) L_\chi^1 + \left(g_{t+1}^0 \frac{W_t^0}{\bar{W}_t} - \frac{W_{lt}}{\bar{W}_t} \frac{\zeta^0}{n_{t-1}} \right) L_\chi^0 \right]^{1-\mu} \end{aligned} \tag{A3}$$

对此时的模型重新进行理论分析，这里主要关注退休年龄延迟对家庭生育率的影响。对上式进行比较静态分析，易知：

$$\begin{aligned} &\text{如果} g_{t+1}^i \frac{W_t^i}{W_{lt}} < \frac{\zeta^i}{n_{t-1}}，\text{那么} \frac{\partial n_t}{\partial L_\chi^i} < 0\ ； \\ &\text{如果} g_{t+1}^i \frac{W_t^i}{W_{lt}} > \frac{\zeta^i}{n_{t-1}}，\text{那么} \frac{\partial n_t}{\partial L_\chi^i} > 0\ 。 \end{aligned} \tag{A4}$$

可以看到，虽然此时生育物质成本也会影响生育率，但退休年龄延迟对家庭生育率的影响机制并没有本质变化。具体地，家庭生育率的变化方向仍然取决于隔代抚养机制（由 ζ^i / n_{t-1} 决定）和收入增长机制（由 $g_{t+1}^i W_t^i$ 与生育的时间成本 W_{lt} 之比决定）的相对大小。只要隔代抚养机制超过了收入增长机制，那么退休年龄延迟就会降低家庭生育率，反之亦然。并

[①] 参见 de la Croix, D. and M. Doepke, 2003, “Inequality and Growth: Why Differential Fertility Matters”, *American Economic Review*, 93(4), pp.1091~1113.

且，如果女性在隔代抚养孙辈时更有比较优势，女性劳动工资率低于男性劳动的性别差异特征未变，那么相对男性而言，女性退休年龄延迟的隔代抚养效应依然更强，收入增长效应也依然更弱。[①]

[①] 对(A3)式进行比较静态分析，由正文中(1)—(9)式，还可以得到：

如果 $\frac{\xi^0}{\xi^1} > \frac{1+g_{t+1}^0 L_\chi^0}{1+g_{t+1}^1 L_\chi^1}\left(\frac{W_t^0}{W_t^1}\right)^\rho$，且 $\frac{1+g_{t+1}^0 L_\chi^0}{1+g_{t+1}^1 L_\chi^1} < \min\left\{\frac{x_t^0 N_t^0}{x_t^1 N_t^1},\frac{\left(1-x_t^0\right)N_t^0}{\left(1-x_t^1\right)N_t^1}\right\}$，那么 $\frac{\partial n_t}{\partial\left(W_t^0/W_t^1\right)} < 0$；

如果 $\frac{\xi^0}{\xi^1} < \frac{1+g_{t+1}^0 L_\chi^0}{1+g_{t+1}^1 L_\chi^1}\left(\frac{W_t^0}{W_t^1}\right)^\rho$，且 $\frac{1+g_{t+1}^0 L_\chi^0}{1+g_{t+1}^1 L_\chi^1} > \max\left\{\frac{x_t^0 N_t^0}{x_t^1 N_t^1},\frac{\left(1-x_t^0\right)N_t^0}{\left(1-x_t^1\right)N_t^1}\right\}$，那么 $\frac{\partial n_t}{\partial\left(W_t^0/W_t^1\right)} > 0$。

可以看到，男女工资之比对家庭生育率的影响机制也没有发生本质变化，男女工资之比上升后提高家庭生育率的前提条件仍然是女性在生育和养育子女时相对男性更有比较优势（ξ^0/ξ^1 较高），只是此时还与制造业和服务业中女性劳动与男性劳动之比相关。